

ная в материал внешними напряжениями, расходуеться по другим направлениям.

Экспериментально наблюдаются режимы динамической неустойчивости при распространении трещины (на примере РММА). Положение носика трещины фиксируется с помощью высокоскоростной видеосъёмки. Установлен фрактальный характер поверхностей излома, образующихся при распространении трещин.

Проведено прямое численное моделирование результатов эксперимента. Показано, что:

- распространение трещины и формирование ее боковых ветвей есть результат взрывообразной кинетики ансамбля микродефектов, локализованной на спектре пространственных масштабов;
- результаты компьютерного моделирования хорошо согласуются с экспериментально наблюдаемыми данными по динамической неустойчивости.

Литература

1. Fineberg J., Gross S.P., Marder M., Swinney H.L. // Phys. Rev. Lett. – 1991. – V. 67. – P. 457.
2. Naimark O.B., Davydova M.M. Crack initiation and crack growth as the problem of localized instability in microcrack ensemble // J. Physique III. – 1996. – V. 6. – P. 259–267.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕНОСА ЧАСТИЦ РАЗЛИЧНОГО РАЗМЕРА ДВУХФАЗНЫМ ФИЛЬТРАЦИОННЫМ ПОТОКОМ

Никаньшин Д.П., Никифоров А.И.

Институт механики и машиностроения КНЦ РАН, г. Казань

Предложена математическая модель переноса дисперсных частиц двухфазным потоком в нефтяном пласте. Предполагается, что частицы характеризуются функцией $\Psi(l)$ распределения их по размерам. Пористая среда представляется в виде двух взаимопроникающих континуумов [1, 2], один из которых связан с подвижными жидкостями и частицами, а другой – с неподвижными. Получено уравнение, определяющее динамику функции распределения пор по размерам. Входящие в него скорость изменения радиуса порового канала и скорость уменьшения количества ка-

пиляров определенного радиуса оценены, исходя из модельного представления пористой среды в виде пучка капилляров с сужениями.

Пусть каждая точка нефтяного пласта характеризуется следующими величинами: пористостью $m = m(x, y, z, t)$; абсолютной проницаемостью $k^0 = k^0(x, y, z)$, под которой будем понимать проницаемость по нефти при пластовом насыщении связанной водой [3]; нефтенасыщенностью $S_o = S_o(x, y, z, t)$; водонасыщенностью $S_w = S_w(x, y, z, t)$; остаточной нефтенасыщенностью $S_o^* = S_o^*(x, y, z, t)$; насыщенностью пласта связанной водой $S_w^* = S_w^*(x, y, z, t)$; объемной концентрацией твердых частиц $C = C(x, y, z)$. Допустим, что твердые частицы переносятся только водой. Следуя [2], пористую среду условно разобьем на два взаимопроникающих континуума, характеризующиеся пористостями m_1 и m_2 : $m_1 = m_1(x, y, z, t)$ – часть порового пространства, занятая подвижными фазами; $m_2 = m_2(x, y, z, t)$ – часть порового пространства с неподвижными фазами;

$$m_1 + m_2 = m. \quad (1)$$

Уравнения сохранения масс фаз и компонентов для первого континуума запишем в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}(m_1 S_{i1}) + \operatorname{div} V_i = -q_i \quad (i=o, w), \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(C_1 m_1 S_{w1}) + \operatorname{div}(C_1 V_w - D_u \operatorname{grad} C_1) = -q_c, \quad (3)$$

где D_u – коэффициент конвективной диффузии частиц в пористой среде; S_{o1} и S_{w1} – нефтенасыщенность и водонасыщенность первого континуума, причем C_1 – концентрация частиц в первом континууме; V_o и V_w – скорости фильтрации нефти и воды; q_o , q_w и q_c – интенсивности перехода нефти, воды и частиц из первого континуума во второй.

Уравнения движения фаз запишем в виде обобщенного закона Дарси [1, 2]

$$V_i = -\frac{K_i}{\mu_i} \operatorname{grad}(P) \quad (i=o, w), \quad (4)$$

где P – давление; μ_o , μ_w – динамические вязкости нефти и воды; K_o , K_w – фазовые проницаемости для нефти и воды [1].

Уравнения сохранения для второго континуума:

$$\frac{\partial}{\partial t}(m_2 S_{i2}) = q_i, \quad (i=o, w) \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(C_2 m_2 S_{w2}) = q_c^\eta. \quad (6)$$

Здесь S_{o2} и S_{w2} – нефтенасыщенность и водонасыщенность второго континуума; C_2 – концентрация частиц во втором континууме. Насыщенности и концентрация частиц первого континуума связаны с насыщенностями и концентрацией частиц второго континуума очевидными соотношениями из [4].

Для того чтобы описать массообмен между двумя континуумами и изменения фильтрационно-емкостных характеристик пласта, обусловленные процессом кольтатации, воспользуемся уравнением для функции распределения пор по размерам [4]

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + U_r \frac{\partial \varphi}{\partial r} + U_\eta = 0, \quad (7)$$

где U_r определяется зависимостью [4]

$$U_r = -C_1 S_{w1} \left(\frac{2u_g D^2}{rL} \right)^{1/3}. \quad (8)$$

Величина U_η зависит как от размера частиц, так и от размера поровых каналов и определяется аналогично тому, как это сделано в работе [4], с учетом функции распределения частиц по размерам:

$$U_\eta = -\frac{\beta C_1 |V_w| \eta r^2}{m_1} \frac{\int_0^\infty \Psi(l) dl}{2 \int_0^\infty \Psi(l) l^3 dl}. \quad (9)$$

Изменение проницаемости $k_1(x, y, z, t)$, вызванное изменением структуры порового пространства из-за кольтатации и закупорки пор, и интенсив-

ностей q_w , q_o , q_c перехода воды, нефти и частиц из подвижного состояния в неподвижное определяются как в [4].

Таким образом, учет распределения частиц по размерам приводит только к изменению скорости U_η закупорки поровых каналов. В частном случае, когда функция распределения частиц по размерам представлена одной точкой, т. е. все частицы имеют одинаковый размер, формула (9) совпадает с выражением для скорости U_η , полученным в работе [4].

Литература

1. Булыгин В.Я. Гидромеханика нефтяного пласта. – М.: Недра, 1974. – 232 с.
2. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. II – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 360 с.
3. Крэйг Ф.Ф. Разработка нефтяных месторождений при заводнении. – М.: Недра, 1974. – 192 с.
4. Никифоров А.И., Никаньшин Д.П. Перенос частиц двухфазным фильтрационным потоком // Математическое моделирование. – 1998. – Т.10. – № 6. – С. 42–52.

ПОСТРОЕНИЕ ЭВОЛЮЦИОННЫХ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ СООТНОШЕНИЙ ДЛЯ КОНЕЧНЫХ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ

Новокшанов Р.С., Роговой А.А.

*Пермский государственный технический университет,
Институт механики сплошных сред УрО РАН, г. Пермь*

В настоящее время технологические процессы пластического деформирования материала исследуются как численно, так и экспериментально. Однако большинство численных моделей не учитывает влияние упругих деформаций, что совершенно не оправдано, так как многие из этих процессов сводятся к постановке контактных задач. Это является одной из главных причин для рассмотрения, в данном случае, деформирования как упругопластического с конечными деформациями.

В работе предложена кинематическая схема упругопластического деформирования, основанная на наложении малых упругопластических деформаций на конечные. В рассмотрение введены три типа конфигураций: начальная, текущая (актуальная) и промежуточная, мало отличаю-